**GUÍA DE TRABAJO 4**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| DOCENTE | **Harold Morales** (802,803,804) [hmorales@educacionbogota.edu.co](mailto:hmorales@educacionbogota.edu.co)  **Carlos Castañeda** (801) [cacastaneda@educacionbogota.edu.co](mailto:cacastaneda@educacionbogota.edu.co) | | |
| ESTUDIANTE |  | | |
| CURSO |  | FECHA ENTREGA |  |

**La realización de los ejercicios tanto de refuerzo como el de la lectura deben estar en el cuaderno de álgebra.**

OBJETIVOS.

* Afianzar los conceptos de la guía 3
* Análisis de lecturas Matemáticas.

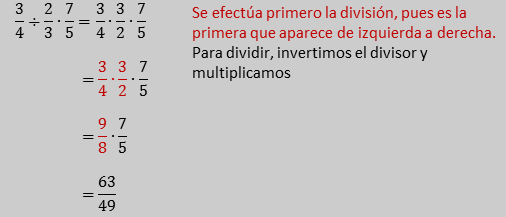
**REPASEMOS Y RECORDEMOS.**

Para efectuar operaciones combinadas con fracciones se debe respetar la jerarquía de las operaciones. El siguiente recuadro muestra la jerarquía cuando se tiene las cuatro operaciones básicas y signos de agrupación.

1º Operaciones dentro de los signos de agrupación más internos.  
2º Multiplicaciones y divisiones de izquierda a derecha  
3º Sumas y restas de izquierda a derecha.

Las multiplicaciones y divisiones están en el mismo nivel de jerarquía. Si hay varias de estas operaciones indicadas en una expresión, tiene mayor jerarquía la que aparezca primero de izquierda a derecha.

Ejemplo1:



Ejemplo2:

=

Se halla m.c.m.(20,15,15) = 60

Se halla m.c.m. (60,15) = 60

Se simplificó dividiendo numerador y denominador entre 3.

EJEMPLO 3

(

(

Se simplificó dividiendo numerador y denominador entre 22.

**ACTIVIDAD**

1. Elabore un video corto de no más de 3 minutos, donde se observe a usted jugando y resolviendo algunos de los ejercicios del juego. Practique previamente, para que en el momento de grabar se observe que usted domina las operaciones con números racionales.

2. Resuelva los siguientes ejercicios:

1. 6\*( 2. 3. (

4. (1) 5.

¿Qué puede concluir con respecto a los ejercicios 4 y 5?

LECTURA. **EL CLUB DE LA HIPOTENUSA**.

*A los que cantaron las tablas de multiplicar y no se atrevieron a hacerlo a*

*ritmo de samba.*

*A los que supieron un día calcular a mano la raíz cuadrada y la han olvidado.*

*A los que guardan recuerdos insólitos de los problemas de trenes que se*

*cruzaban.*

*A los que ahora están comprendiendo en clase lo que es el «sueño» de*

*Descartes.*

*Esta obra está dedicada a todos ellos con la esperanza de que descubran que*

*otra cara de las matemáticas es posible.*

**Matemáticas mediterráneas de hace unos cuantos siglos**

**Números 5 - letras 0**

La Humanidad necesitó muchos milenios para pasar de los gruñidos y las

diversas expresiones guturales al lenguaje escrito. Pero mucho antes de los

pictogramas y los alfabetos escritos nacieron símbolos para los números.

Contar cantidades (árboles, ovejas, frutas...) resultó ser más imperioso que

contar cuentos.

**Guliba guliba**

Las primeras culturas que iniciaron el uso de los números acostumbraban a

limitar su contabilidad a «uno, dos y muchos». Luego se empezaron a formar

números más atrevidos combinando los primeros. Estudios del siglo XIX de

tribus en Australia revelaron este nivel aritmético. Por ejemplo, en Kamilaroi

decían

1 = mal

2 = bulan

3 = guliba...

4 = bulan bulan

5 = bulan guliba

6 = guliba guliba…

En definitiva, si hay poco que contar con pocos numeritos basta.

**Un gran salto cultural: contar con los dedos**

Antes de los símbolos primitivos para representar números, huesos, piedras,

nudos, cuerdas y otros elementos sirvieron para empezar a contar. La existencia de diez dedos algo tuvo que ver con el triunfo de la base diez para enumerar cosas. Escondiendo un pulgar en cada mano quedan cuatro dedos divididos cada uno en tres falanges (¡bienvenido, el doce!) ... y para muchas culturas descalzas la coexistencia visual de manos y pies llevó al veinte (es el caso de los mayas, por ejemplo). Por eso un conocido aforismo actual define la aritmética como «aquello que permite contar hasta veinte sin quitarse los zapatos». A pesar de que hoy contar ostentosamente con los dedos en público se considere una actividad de muy bajo nivel, cuando las culturas

primitivas empezaron a hacer sus cuentas «digitales» eso supuso un gran

avance: ¡representaba la necesidad de usar cantidades mayores que cinco!

Si hoy vamos de tapas y montaditos y pagamos al final a partir de contar

palillos, estamos rindiendo un homenaje histórico a la numeración más primitiva posible. ¡Quién lo iba a decir!

**Cuentas bíblicas**

La Biblia es una fuente inagotable de números y datos, lo cual permite analizar determinadas informaciones con simple aritmética. Una primera deducción interesante es el valor del número pi. En el Antiguo Testamento (II Crón. 4:2) se dice:

*"También hizo un mar de fundición, el cual tenía diez codos de un borde al otro, enteramente redondo; su altura era de cinco codos, y un cordón de treinta codos de largo lo ceñía alrededor"*

Luego 30 / 10 = 3, es decir, la razón pi entre perímetro y diámetro era 3, una muy pobre aproximación.

En el mismo Antiguo Testamento se dan los datos de que Matusalén vivió 969 años engendrando a su hijo Lamec a los 187 años y éste tuvo a Noé a los 182 el cual tenía 600 años cuando vino el Diluvio y se metió en el Arca...

datos que llevan a la suma 187 + 182 + 600 = 969 que permite deducir la muerte del abuelito Matusalén el día del Diluvio. El matemático H.S.M. Coxeter especuló siempre con que, si Matusalén había muerto de muerte natural o ahogado, al no incluirlo Noé en el Arca.

Las propias medidas del Arca de Noé, con 300 codos de longitud, 50 codos de ancho y 30 codos de altura (sea el que sea el equivalente del codo) debieron crear enormes problemas logísticos para colocar las parejas de animales en el Arca, lo cual llevaría a la conclusión de una pérdida considerable de especies. Cómo un Arca tan primitiva aguantó la inmensa lluvia durante 40 días y 40 noches es aún más sorprendente y todo un reto para los ingenieros navales.

No obstante, hay el dicho popular: *«el Arca de Noé fue construida por novatos, el Titanic por* *profesionales».*

**El bolígrafo cuneiforme**

No hace mucho, hacia el 2900 a.C, los sumerios dieron un gran impulso a la escritura. Sus «documentos» fueron tablillas de barro húmedo que una vez trabajados se dejaban secar. Pero lo que realmente facilitó grabar signos fue el uso de pequeños estiletes de madera con un extremo circular y el opuesto en forma de triángulo equilátero. Así, formas triangulares, circulares o rectas (hechas con un vértice del triángulo) permitían crear numerosos símbolos (unos 600 eran de uso común).

Este uso del triángulo y del círculo es el secreto detrás de la expresión «*escritura cuneiforme*», pues cuneiforme deriva del latín cunens, que significaba «cuña».

**Usura o inflación en Babilonia**

Hace cuatro mil años en Babilonia, en los tiempos del mítico rey Hammurabi, multitud de problemas de cálculo con números y álgebra fueron resueltos y escritos en tablillas de barro con escritura cuneiforme. Uno de estos problemas consistía en un cálculo de lo que hoy llamaríamos interés compuesto: calcular cuántos años serían precisos para doblar un capital supuesto que el interés anual era del 20 %. Este dato concreto lleva a

pensar o en los usureros babilónicos o en una inflación galopante en la región.

**Calendarios antes que relojes**

Distinguir día y noche, mirar el sol, la luna y las estrellas y advertir el cambio de estaciones a lo largo del año fueron observaciones comunes que no exigieron grandes desarrollos culturales. Pero relacionar todo esto y descubrir la dimensión temporal fue un largo proceso. Los calendarios lunares para pueblos nómadas y los calendarios solares para civilizaciones más sedentarias fueron muy anteriores a la invención de relojes (arena, agua, cera, etc.). Fue el error babilónico de asignar 360 días al año, y el uso de la base 60, lo que originó la división de la circunferencia en 360 grados, cada grado en 60 minutos y cada minuto en 60 segundos. Ello tuvo sus consecuencias en la división horaria aún vigente.

**La suma más popular de la historia**

Al margen del 1 + 1 = 2 o 2 + 2 = 4 que son como logos de la Aritmética, hay una misteriosa suma cuya presencia a lo largo de la historia aparece y reaparece:

7 + 49 +343 + 2401 + 16807 = 19607

siendo, pues, los sumandos las primeras potencias del número 7. La dichosa

suma aparece ya como problema 79 en el gran documento egipcio, el Papirus Rhind, donde el escriba Ahmes (1650 a.C.) anota el problema y su solución.

El famoso Leonardo de Pisa, alias Fibonacci, incluye en su Liber Abaci (1202

y 1228) el problema de Ahmes, y en pleno siglo XX y en diversas versiones

ha seguido apareciendo, en la forma siguiente: *Cuando iba a St. Ives encontré un hombre que tenía 7esposas. Cada esposa tenía un saco. En cada saco había siete*

*gatitas. Cada gatita tenía siete gatitos. Gatitos, gatitas, sacos, esposas: ¿cuántos iban a St. Ives?* Todo un clásico... para aprender a multiplicar por siete y sumar.

**Geometría arqueológica**

Los recursos geométricos usados para decorar barro y cerámica dan a los arqueólogos informaciones culturales interesantes. Se sabe, por ejemplo, que hay siete tipos de frisos al repetir un motivo a lo largo de una banda o cenefa, y en el momento en que se analizaron los frisos decorativos de Knossos en Creta (de los últimos 3000 años) se pudo verificar que durante 1500 años sólo habían usado dos tipos de frisos para decorar, pero que de repente aparecen ya usados los siete tipos de frisos... el comercio, y con él la importación de recursos en el mar Egeo, había marcado un antes y un después. Por sus jarrones los conocerás.

**Las contradicciones de Tales de Mileto**

Tales de Mileto (600 a.C.) fue uno de los matemáticos griegos que inauguró el interés por la Geometría en su sentido etimológico (*geo*-tierra, *metría*medida).

A él se le atribuye una opinión que la historia ha respetado: *«me sentiré suficientemente reconocido si, cuando lo contéis a otros, no explicáis que el descubrimiento es vuestro, sino que es mío».*

El famoso «teorema de Tales» ha cumplido este deseo. Pero, a pesar de lo útil que es este resultado sobre proporcionalidad, el propio Tales predicó que la ciencia no necesariamente debía tener aplicaciones prácticas.

Pero esta posición intelectual, donde las ideas son más importantes que los hechos (la teoría va por delante de su aplicabilidad) debe ser compatible con el hecho pragmático y mundano de que la gente se gane la vida en algo.

Tales amasó una gran fortuna como especulador del aceite aplicando para ello sus conocimientos prácticos sobre botánica, terrenos, climatología, entre otros.

Poco podía sospechar Tales que la Sociedad Andaluza de Educación Matemática iba, muchos siglos después, a adoptar su nombre.

**Pitagorismo S. L.**

El mítico Pitágoras (570? a.C. - 495? a.C.) ha pasado a la historia a través de

leyendas y anécdotas muy diversas. A la gente que no deja nada escrito esto

le suele suceder. Nació en Samos, viajó mucho, fue olímpico, fundó una secta de seguidores masculinos y femeninos en Samos y luego en Crotón, tuvo contactos con Tales y practicó la filosofía y la matemática. A partir de ahí los datos son diversos (¿es verdad que se casó con Theano, su seguidora, cuando cumplió 60 años?).

Parece que la vida a su alrededor era dura: comida vegetariana, madrugones, etapas de silencio, atribuciones de los descubrimientos al líder, etc. Otras religiones han seguido tradiciones tan raras como lo de levantarse a medianoche o autoimponerse el ayuno. Platón, Heráclito, Euclides, Leonardo da Vinci, etc. contribuyeron al mito con sus escritos. Lo más contundente que se atribuye a Pitágoras, más allá de la música, el amor a los números y su popular teorema, es su creencia en la reencarnación de las almas. Pero aún más increíbles son las reencarnaciones que de Pitágoras se han escrito: Pitágoras había sido luego, en el siglo V, Merlín; en el siglo XVI, Francis Bacon; en el siglo XVIII, el Conde de St. Germain... y Hermann Göring en el siglo XX. ¿Vive Pitágoras?

**Teorema de…**

Un triángulo es rectángulo si y sólo si el cuadrado de la hipotenusa (¡vaya nombre!)

es igual a la suma de los cuadrados de los catetos (vaya ¡otros!).

Éste es el teorema recitado por todos los escolares, desde siempre hasta hoy, y

atribuido a Pitágoras. Que Pitágoras lo sabía, es cierto. Pero que mucho antes se

conocían triángulos con esta relación es evidente. Todas las culturas lo descubrieron independientemente. ¿Sería quizás más prudente decir teorema de Pitágoras & Cía.?

**Todo es número**

Se atribuye a Pitágoras el aforismo: «La evolución es la ley de la vida. El

número es la ley del universo. La unidad es la ley de Dios». La primera frase

por su darwinismo anticipado y la última por su carácter monoteísta, ponen en duda la atribución. Pero la frase del número sí que es estrictamente pitagórica. Hoy esta frase rivaliza con las de otras disciplinas: «todo es química», «todo es física», pero su esencia se ha mantenido viva durante siglos. Hasta los economistas le han hecho caso.

**Morir por una raíz cuadrada.**

Muchos hombres y mujeres han dado su vida por causas nobles, por ideales irrenunciables, por ayudar solidariamente a otros, por defender su patria... Lo que ya no es tan común, afortunadamente, es morir por una raíz cuadrada.

Éste fue el caso de Hippasus de Metapontum, griego de la escuela pitagórica, que tuvo la mala suerte de invertir su talento matemático en descubrir que la diagonal de un cuadrado y el lado de éste no podrían ser medidos a la vez al repetir una misma unidad un número entero de veces en cada caso.

Por tanto, mientras Pitágoras creía inocentemente en la conmensurabilidad de segmentos, y que con números enteros y fracciones de enteros se podía describir el universo, su seguidor Hippasus puso en evidencia que esto no era así, es decir, que la raíz cuadrada de dos (2) no podía ser una fracción, es decir, tener decimales finitos o periódicos. Pero lo que realmente condenó a Hippasus no fue el descubrimiento, sino

que su hallazgo trascendiera al exterior del grupo pitagórico. A partir de este punto, abundantes leyendas describen la muerte del pobre Hippasus con diferentes finales trágicos, siendo su ahogamiento en el mar la versión menos cruenta.

Esta historia nos permite advertir, cuando convenga, que ha habido gente que ha dado su vida por una raíz cuadrada.

**Tú a Siene y yo a Alejandría**

Todos hemos aprendido que «un metro es la diezmillonésima parte del cuadrante de meridiano terrestre», es decir, que por definición con la unidad «metro» un meridiano entero mide 40.000.000 de metros, o sea, 40.000km.

Hacia el 200 a.C. el ingenioso Eratóstenes (276 a.C. - 194 a.C.) ya se planteó medir la circunferencia de la Tierra observando inclinaciones de los rayos del Sol sobre Siene (hoy Amán) y sobre Alejandría, deduciendo que el arco de circunferencia entre ambos lugares debía ser 1/50 de la circunferencia total. Como la distancia entre Siene y Alejandría era de unos 5.000 estadios... el meridiano debía medir 50 x 5.000 = 250.000 estadios.

¿Y esto cuanto da? A través de datos de Plinio, cuando comenta los estadios,

se ha deducido que esta medida itineraria sería equivalente hoy a unos 157,5 m, lo que daría para el meridiano de Eratóstenes 250.000 x 157,5 m = 39.000 km

¡Bravo! Sólo 1.000 km de error.

Pero más allá del ingenio de Eratóstenes cabe homenajear su creencia en

que la Tierra era esférica... cosa que muchos más modernos tardaron en descubrir y aceptar.

**Un libro para la eternidad**

La gran obra de la matemática griega fue escrita en Alejandría por Euclides (300 a.C.) y se tituló *Los elementos*. Con genial rigor, Euclides sintetiza, ordena y desarrolla las principales ideas y resultados que sobre Geometría se habían logrado.

El libro no sólo tuvo (primero en manuscritos, luego impreso y ahora en Internet) traducciones a todos los idiomas, sino que se convirtió durante siglos en el libro de texto de Geometría por excelencia. Por eso esta obra ha provocado grandes pasiones (de muchos matemáticos) y grandes odios (de muchos estudiantes).

Así pues, Euclides tuvo vista al escribir este libro. Mucha más que cuando escribió la Óptica, en donde la suposición de que los rayos visuales emanan del ojo, no fue precisamente un gran acierto.

**El puente de los asnos**

Una propiedad geométrica de las muchas que consideró Euclides ha recibido

desde hace siglos la misteriosa denominación de «puente de los asnos». La propiedad es muy obvia: si un triángulo es isósceles (dos lados iguales), entonces los ángulos opuestos a dichos lados son iguales. Pero en el discurso euclidiano este hecho exige usar muy bien lo probado anteriormente en el libro de Los elementos. Entender bien esta demostración se consideró una muestra de inteligencia y por tanto era el puente que «los burros» no podían cruzar. ¡Ojalá la inteligencia pudiese medirse con un simple triángulo isósceles!

**El ¡eureka! y la bañera.**

La leyenda ha asociado el grito alegre de ¡Eureka! a Arquímedes descubriendo el desplazamiento de líquidos mientras tomaba un baño en una tina llena de agua. Esta anécdota tiene virtudes especiales pues une una visión optimista hacia los descubrimientos (Arquímedes grita ¡Eureka! eufórico en lugar de derramar emocionales lágrimas) y, a su vez, da a Arquímedes fama de hombre limpio.

Sin embargo, Plutarco en el siglo I escribe sobre Arquímedes: *«... estando siempre obsesionado por su familiar sirena, es* *decir, la geometría, se olvidaba de comer y de beber y no* *cuidaba a su persona, a menudo se le tenía que llevar por la*

*fuerza a los baños y...».* Aparece, pues, una visión de un Arquímedes tan sucio que incluso los de su alrededor «*lo llevaban por la fuerza*» a que se bañara. Luces y sombras sobre los hábitos higienistas del sabio griego.

En versiones más arriesgadas la leyenda del baño de Arquímedes asegura

que el ¡Eureka! no lo gritó dentro de la tina, sino saliendo de ella contento:

«*salió desnudo corriendo por la calle y gritando*». Si realmente fue así, el

exhibicionismo sería otra virtud arquimediana.

**Hypatia, la primera matemática**

Hypatia (370-415) es considerada la primera gran matemática de la historia.

Alentado su talento por su padre Theon, matemático en Alejandría, Hypatia destacó en geometría y aritmética, profundizó en las obras de Euclides y Diofanto, pudiendo ser calificada como una neopitagórica.

Fue profesora reconocida y una filósofa neoplatónica de éxito popular. Esta popularidad tuvo consecuencias nefastas: su muerte violenta por el ataque de un grupo cristiano radical. Lo que en su día fueron grandes ideales filosóficos eran vistos en aquella época como paganismo... e Hypatia fue una víctima. Pero el ejemplo de Hypatia se ha convertido en referente para la historia de las contribuciones femeninas a las matemáticas.

**Dios, el Universo y el número seis**

Se atribuye a San Agustín (354-430) la mayor apología jamás realizada a favor de un número, siendo la santidad de su autor lo que acaba de dar valor a la defensa:

Seis es un número perfecto en sí mismo y no porque Dios creara el mundo en seis días, más bien lo contrario es verdadero. Dios creó el mundo en seis días porque este número es perfecto, y será perfecto para siempre, incluso si el trabajo de los seis días no hubiese existido.

Si a esta reflexión se añade la de Leopold Kronecker (1823-1891): *Los números enteros fueron hechos por Dios, lo demás es* *obra del hombre tendríamos ya una secuencia racional de la* *creación: primero Dios creó los números enteros, luego eligió*

*el seis y entonces empezó a crear el mundo.*

**La pena de llamarse quebrado**

La denominación elogiosa de «números racionales» para referirse a 1/2, ¾ etc., no es heredera de las crueles calificaciones que se han ido dando a tan bonitos números que expresan una razón o proporción entre dos enteros.

Cultivados ya desde muy antiguo y con representaciones jeroglíficas bellas en Egipto, los racionales llegan a Roma como números fractos, números rotos, minucias..., lo que luego acabaremos de arreglar nosotros hablando de fracciones o de quebrados. Los sabios romanos ni se molestaron en tener símbolos para estas joyas y los describían con palabras (unan secundam, una quarta...).

Suerte que con la numeración hindú (0, 1, 2, 3...) esto mejoró y ya se colocaban primero numeradores arriba y debajo -sin raya- los denominadores. Lo de quebrarse sólo suena bien en los versos de Antonio Machado.

ACTIVIDAD.

1. Haga una síntesis de la lectura. No superior a una página, tamaño de letra normal.

2. Busque el significado de palabras desconocidas.

3. De los personajes que se nombran en la lectura, consulte su biografía y haga una caracterización del mismo, se puede disfrazar y contarnos mediante un vídeo corto lo más importante que haya sucedido en la vida del personaje.

4. De la lectura que dato o información le pareció curiosa o interesante y por qué?

5. A través de diferentes anécdotas el autor subraya la trascendencia de la difusión de *Los elementos* de Euclides ¿Por qué fue tan importante esta obra? ¿Qué hizo de *Los*

*elementos* el segundo *best seller* desde la invención de la imprenta?

[www.matematicatuya.com](http://www.matematicatuya.com)

***www.planetalector.com***