MATEMÁTICAS GRADO 8°

- **OBJETIVOS:**

- Reconocer el conjunto de los números reales como la unión de los números racionales con el conjunto de los números irracionales, además que estos conjuntos son disyuntos es decir que no tienen elementos en común.

- Identificar el teorema de Pitágoras y utilizarlo para resolver situaciones de la vida cotidiana.

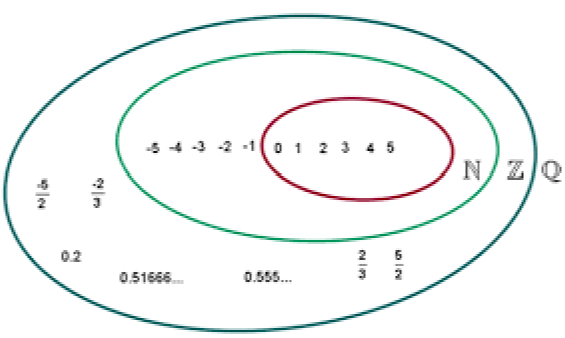
- **INDICADORES:**

- Reconoce y opera números Reales.
- Aplica el teorema de Pitágoras en la resolución de problemas.

NÚMEROS REALES Y TEOREMA DE PITÁGORAS.

NÚMEROS RACIONALES Q.

Todo número racional puede expresarse como número decimal exacto o periódico. O dicho de otra forma todo número racional es aquel que se puede expresar como una fracción. Con base en esta definición dentro del conjunto de los números racionales vamos a encontrar a los números enteros (Z), basta con colocarle al número entero denominador 1.Y dentro del conjunto de los números enteros encontramos al conjunto de los números naturales (N). Ver diagrama.



Ejemplos:
1. $\frac{-5}{2} = -2{,}5$ es un número racional visto como fracción y como número decimal exacto.

2. – 40 = $\frac{-40}{1}$ es un número racional visto como número entero (-40) y como fracción $\frac{-40}{1}$.
3. 25 =$\frac{25}{1}$ es un número racional visto como número natural (25) y como fracción $\frac{25}{1}$.
4. 5,3030…= 5,$\widehat{30}$ es un número racional visto como decimal periódico puro.
5. 0,1467467… = 0,1$\widehat{467}$ es un número racional visto como decimal periódico mixto.

NÚMEROS IRRACIONALES I.

Los números que no se pueden expresar como fracción se llaman irracionales. Otra manera de identificarlos es mediante decimales **no periódicos infinitos.**

Ejemplos:

1. 0,1234567891011… es un número irracional.

2. Π = 3,141592654… es un número irracional

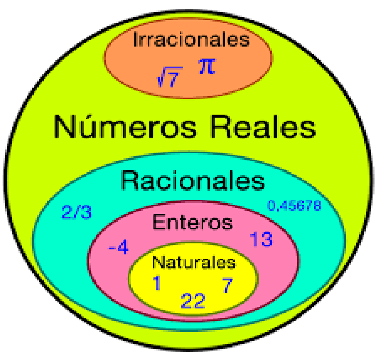
3. Toda raíz que no sea exacta también representa un número irracional.

4. e = 2,718281828… es un número irracional.

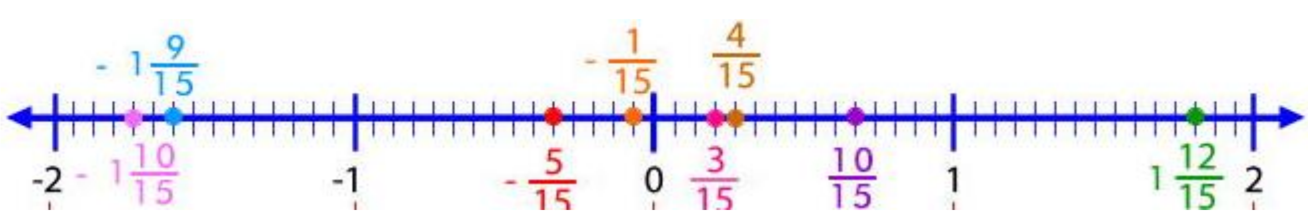
5. φ = 1,618033989… conocido como número de oro es un número irracional.

NÚMEROS REALES R.

La unión del conjunto de los números racionales con el conjunto de los números irracionales es lo que se conoce como conjunto de los números reales.



Los números reales los podemos representar en una recta numérica teniendo en cuenta que: a cada número real le corresponde un punto sobre la recta y a cada punto sobre la recta le corresponde un número real. A esta recta suele llamársele recta real.



OPERACIONES ENTRE NÚMEROS REALES.

ADICIÓN O SUMA.

La adición en el conjunto de los números reales cumple las mismas propiedades que cumple la adición en el conjunto de los números racionales.

Clausurativa, Asociativa, Conmutativa, Modulativa, Invertiva (opuestos aditivos).

SUSTRACCIÓN.

En los números reales, como en los racionales, la **sustracción de dos números a y b significa realizar la adición a + (- b),** es decir, para sustraer dos números reales se adiciona al minuendo el opuesto del sustraendo.

MULTIPLICACIÓN.

La multiplicación en el conjunto de los números reales cumple las mismas propiedades que la multiplicación en el conjunto de los números racionales.

Clausurativa, Asociativa, Conmutativa, Modulativa, Invertiva (inverso multiplicativo), Distributiva.

DIVISIÓN.

En los números reales, como en los racionales, la **división de dos números a y b con b≠0, significa realizar el producto a*$\frac{1}{b}$,** es decir, para dividir un número real a por b basta multiplicar el dividendo por el inverso multiplicativo del divisor.

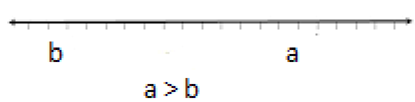
ORDEN DE LOS NÚMEROS REALES.

El conjunto de los números reales es un conjunto ordenado, esto significa que: si a y b son números reales entonces a es menor que b si el número a está en la recta numérica más a la izquierda que el número b. lo cual se escribe:

$a < b$

El número a es mayor que el número b si el número a está en la recta numérica más a la derecha que el número b. Lo cual se escribe:

$a > b$



$a = b$ si el número a en la recta numérica coincide con el número b.

REPASEMOS Y RECORDEMOS.

Para efectuar operaciones combinadas con fracciones se debe respetar la jerarquía de las operaciones. El siguiente recuadro muestra la jerarquía cuando se tiene las cuatro operaciones básicas y signos de agrupación.

1° Si hay paréntesis, llaves o corchetes se realizan las operaciones dentro de los signos de agrupación más internos.

2° Si hay potencias se realizan primero estas.
3° Multiplicaciones y divisiones de izquierda a derecha
4° Sumas y restas de izquierda a derecha.

Las multiplicaciones y divisiones están en el mismo nivel de jerarquía. Si hay varias de estas operaciones indicadas en una expresión, tiene mayor jerarquía la que aparezca primero de izquierda a derecha.

EJEMPLOS.

1.

$\frac{5}{4} \div \frac{2}{3} * \frac{7}{9}$ Se efectúa primero la división, para ello se multiplica el dividendo por el inverso del divisor.

$\frac{5}{4} * \frac{3}{2} * \frac{7}{9}$ Como todas resultan ser multiplicaciones se proceden a multiplicar.

$\frac{5*3*7}{4*2*9}$ Se multiplican numeradores entre sí, denominadores entre sí.

$\frac{105}{72}$ Se simplifica

$\frac{35}{24}$

2.

$\frac{-1}{7} * \frac{3}{2} * \frac{-1}{2} + \frac{2}{8} * \frac{-7}{5} - \frac{2}{3} * \frac{11}{5}$ Se efectúan las multiplicaciones.

$\frac{-1*3*-1}{7*2*2} + \frac{2*-7}{8*5} - \frac{2*11}{3*5}$

$\frac{3}{28} + \frac{-14}{40} - \frac{22}{15}$ Se efectúa la suma para ello se halla mcm(28,40) = 280

$\frac{30-98}{280} - \frac{22}{15}$

$\frac{-68}{280} - \frac{22}{15}$ Efectuamos la sustracción, para ello se halla mcm(280,15)= 840

$\frac{-204-1232}{840}$

$\frac{-1436}{840}$ Simplificando

$\frac{-359}{210}$

3.

$\{(\frac{-1}{2} + \frac{8}{5}) \div \frac{-11}{6} * -1\}$ *{2* -3} Se efectúa el paréntesis. Como es una suma se halla mcm(2,5)=10

$\{\frac{-5+16}{10} \div \frac{-11}{6} * -1\}$*{2*-3}

$\{\frac{11}{10} \div \frac{-11}{6} * -1\}$*{2*-3} Se efectúa la división, para ello multiplicamos el dividendo por el inverso del divisor.

$\{\frac{11}{10} * \frac{6}{-11} * -1\} * \{2 * -3\}$ Se multiplica lo interno dentro de los corchetes.

$\{\frac{11*6*-1}{10*-11*1}\} * \{-6\}$

$\frac{-66}{-110} * -6$ Se multiplican las fracciones

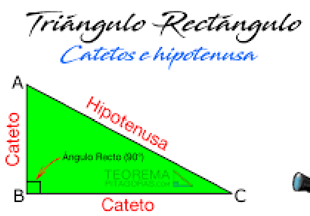
$\frac{-66*-6}{-110*1}$

$\frac{396}{-110}$ Simplificando

$\frac{-18}{5}$

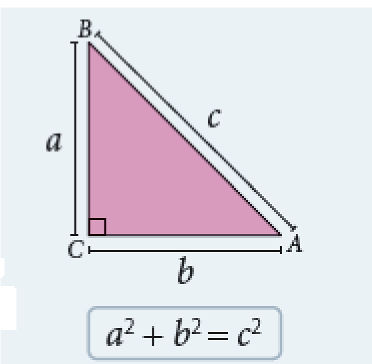
TEOREMA DE PITÁGORAS.

Triángulo rectángulo.



Llamamos triángulo rectángulo a todo triángulo que se caracteriza por tener un ángulo recto (90°). Los lados reciben nombres especiales que son catetos, se identifican por que hacen parte de los lados que forman el ángulo recto y la hipotenusa que es el lado de mayor longitud o también el lado opuesto al ángulo recto.

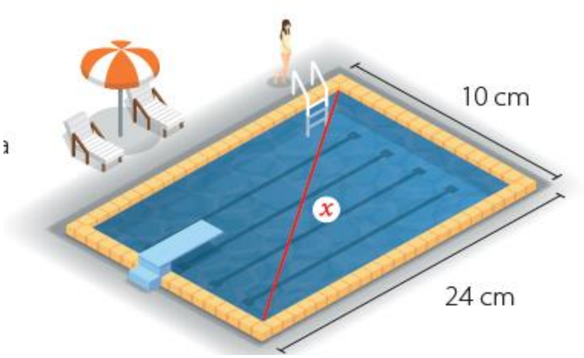
El teorema de Pitágoras se enuncia de la siguiente manera: En todo triángulo rectángulo la suma de los cuadrados de las medidas de los catetos es igual al cuadrado de la medida de la hipotenusa.



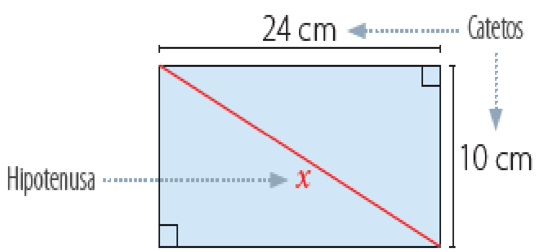
En el triángulo ABC, a y b representan las medidas de los catetos y c la medida de la hipotenusa.

Ejemplo:

1. ¿Cuál es la distancia máxima que una persona puede nadar en una piscina de forma rectangular que mide 24m de largo y 10m de ancho si solo puede hacerlo en línea recta?



1. Si solo puede nadar en línea recta, la distancia máxima x corresponde a la diagonal de la piscina.



2. Note que la diagonal de la piscina determina dos triángulos rectángulos.

3. Aplicamos el teorema de Pitágoras para calcular la medida de la diagonal x de la piscina.

$X^2 = (24)^2 + (10)^2$

$X^2 = 24*24 + 10*10$

$X^2 = 576 + 100$

$X^2 = 676$

$\sqrt[2]{x^2} = \sqrt[2]{676}$

$X = \sqrt[2]{2^2 * 13^2}$

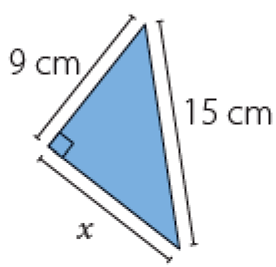
$X = 2*13$

$X = 26$

La distancia máxima que una persona puede nadar bajo estas condiciones es de 26m.

Nota: Cuando se necesite hallar la medida de uno de los catetos, al cuadrado de la hipotenusa se resta el cuadrado del valor del cateto dado.

2. Calcular el perímetro (p) del siguiente triángulo.



1. De la información de la figura se conoce la hipotenusa cuya medida es de 15cm, un cateto cuya medida es de 9cm, hay que hallar el otro cateto representado por x.

2. $(15)^2 – (9)^2 = x^2$

$225 – 81 = x^2$

$144 = x^2$

$\sqrt{144} = \sqrt{x^2}$

$12 = x$

3. El perímetro es la suma de las longitudes de los lados del polígono, en este caso de los lados del triángulo rectángulo.

P= 9cm + 15cm + 12cm = 36cm

MATEMÁTICAS 8º

DESARROLLA AQUÍ LAS ACTIVIDADES DE LA GUÍA 8.

PRACTIQUEMOS LO APRENDIDO.

Usando el orden jerárquico de las operaciones entre números reales resuelva:

1. $\left(3 + \frac{1}{4} \right) - \left(2 + \frac{1}{6} \right)$

2. $\frac{1}{2} : \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3} \right)$

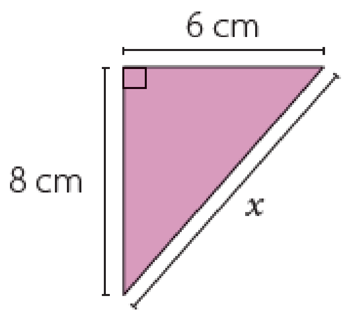
3. $\left(\frac{5}{3} - 1 \right) * \left(\frac{7}{2} - 2 \right)$

4. $\dfrac{\frac{3}{2} + \frac{1}{4}}{\frac{5}{6} - \frac{1}{3}}$

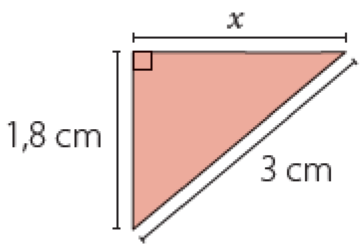
5. $\dfrac{\left(2 - \frac{1}{5}\right)^2}{\left(3 - \frac{2}{9}\right)} : \dfrac{\left(\frac{6}{7} * \frac{5}{4} - \frac{2}{7} : \frac{1}{2}\right)^3}{\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} * \frac{1}{4} : \frac{1}{5}\right)} - \frac{36}{7}$

6. Calcula el perímetro y el área de cada triángulo.

a.

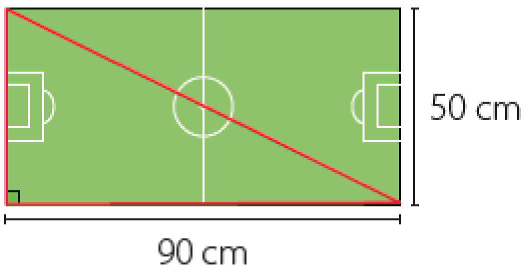


b.



7. Construya un triángulo rectángulo cuyos lados midan 4,5 cm; 6cm y 7,5cm sobre cada uno de ellos dibujen un triángulo isósceles con base en el lado y 3cm de altura. ¿es cierto que el área del triángulo construido sobre la hipotenusa es igual a la suma de las áreas de los otros dos triángulos? Justifique la respuesta.

8.



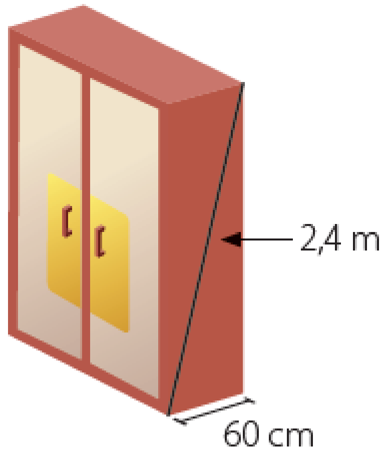
Diego y Francisco trotan en una cancha rectángular como la que se muestra. Diego da 8 vueltas completas a la cancha. Francisco trota solo por el camino marcado con rojo y da 10 vueltas.

¿Quién recorrió una mayar cantidad de metros? Justifique la respuesta.

____
____
____
____

9.

En una habitación de 2,4 m de altura se quiere ubicar un mueble de 60 cm de profundidad. Si se debe inclinar para trasladarlo, ¿cuál es la máxima altura que puede tener para no rayar el techo?



10. Una escalera de 3m está apoyada contra un árbol perpendicular al suelo. Si la distancia de la base de la escalera al árbol es de 1m, ¿a qué distancia del suelo se encuentra la parte más alta de la escalera?