GUÍA No. 7 – INTERDISCIPLINAR

GRADO: Séptimo

DOCENTE	GRUPO	E-MAIL
Alvaledi Castro Ramírez	704	acastror3@educacionbogota.edu.co
Carlos Castañeda	703	cacastaneda@educacionbogota.edu.co
Martha Gómez	701 y 702	msgomez1@educacionbogota.edu.co

TEMA	**Ecuaciones con números enteros y conversión de los diferentes sistemas de medida.**

OBJETIVOS	INDICADOR (ES) DE DESEMPEÑO:
• **Resolver Ecuaciones con números enteros.**	• **Resuelve ecuaciones aplicando las operaciones con números enteros.**
AREAS - ASIGNATURAS INVOLUCRADAS: **ARITMÉTICA .**	**PRODUCTO A ENTREGAR:** • **SOLUCION DE LA GUÍA EN EL CUADERNO CON PROCESOS Y JUSTIFICACIONES.**

ECUACIONES CON NÚMEROS ENTEROS.

Recordemos algunos conceptos:

Igualdad: es una equivalencia en la cual el primer miembro el de la (izquierda) es igual al segundo miembro el de la (derecha).

Ejemplo: 64 = 60+4. El primer miembro el de la izquierda es el número 64, y el segundo miembro el de la derecha es la adición 60 + 4.

ECUACIÓN: Es una igualdad en la que se desconoce un término.

Ejemplo: 64 = x + 4. En una ecuación la letra representa a la incógnita o el número que hace cierta la igualdad. Así en el ejemplo la x tiene el valor de 60. Ya que, si reemplazamos la x por 60, la igualdad se mantiene.

LA INCÓGNITA SE PUEDE REPRESENTAR CON CUALQUIER LETRA DE NUESTRO ALFABETO.

Para resolver ecuaciones como ayuda podemos utilizar el material que se describe a continuación:

1) Rectángulos de color amarillo de 3cm*1cm y rojos de la misma medida que representan las incógnitas. Los de color amarillo representa incógnitas de valor positivo, mientras que los del color rojo representa incógnitas de valor negativo.

 Representa x Representa –x

2) Cuadrados de 1cm* 1cm de color azul y rojos de la misma medida representan las unidades. El color azul representa unidades positivas, el color rojo representa unidades negativas.

Representa 1 Representa -1

3) Plataforma que distingue el primer y el segundo miembro de una ecuación, mediante una línea vertical que representa la igualdad.

Primer miembro	Segundo miembro

PROPIEDADES DE LAS ECUACIONES.

- Si en una ecuación sumamos el mismo término en ambos miembros, la igualdad se mantiene.
- Si en una ecuación restamos el mismo término en ambos miembros, la igualdad se mantiene
- Si en una ecuación multiplicamos el mismo término en ambos miembros, la igualdad se mantiene.
- Si en una ecuación dividimos el mismo término que no sea cero en ambos miembros, la igualdad se mantiene.

Ecuaciones de la forma a*x = b.

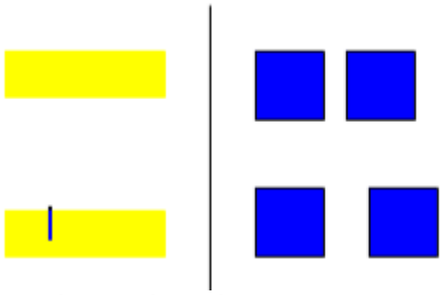
Vamos a representar con las fichas ecuaciones de la forma a*x = b, donde a y b representan números enteros y x es la incógnita. La ecuación inicial también se puede escribir como ax= b.
Como ejemplo tomemos la ecuación 2x = 4. Donde el 2 hace las veces de a y el 4 hace las veces de b, x la incógnita.

Su representación con las fichas seria:

Note que los dos rectángulos amarillos representan a 2x y los 4 cuadrados azules representan al número 4.
Solucionar una ecuación es hallar el valor de la incógnita que hace cierta la igualdad.

Veamos cómo sería la solución.

Se ordenan las fichas del segundo miembro en dos grupos.



Se ordenan de a dos grupos ya que el dos es el número que acompaña a la incógnita. De ahí se puede inferir que a cada tira amarilla que representa a 1x le corresponden dos cuadrados azules. Por lo tanto, la solución para la ecuación 2x = 4 es 1x = 2 o lo que es lo mismo x = 2.

Podemos verificar si la respuesta es correcta reemplazando el valor hallado para la x en la ecuación original y se tiene que mantener la igualdad.

2x = 4
2(2) = 4
4 = 4

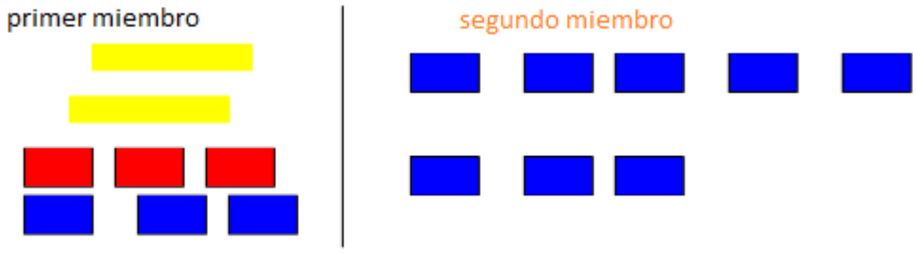
Ecuaciones de la forma a*x + b = c.

Al igual que en las ecuaciones anteriores a*x + b = c lo podemos escribir como ax + b = c, donde a, b y c representan números enteros y x la incógnita.
Como ejemplo tomemos la ecuación 2x – 3 = 5. Donde el 2 hace las veces de a, el 3 hace las veces de b y el 5 hace las veces de c.

Veamos cómo sería su representación.

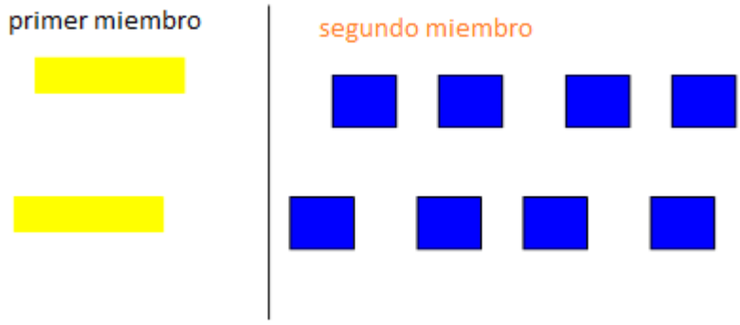
Ahora su solución.

Se agregan tres fichas azules tanto en el primer miembro como en el segundo miembro (para mantener la igualdad) con el propósito de anular las fichas rojas del primer miembro, esto debido a que se busca siempre ir dejando la incógnita solita.



Lo cual se puede escribir como 2x – 3 + 3 = 5 + 3
Ahora se anulan opuestos aditivos, es decir una ficha cuadrada de color rojo se anula con una ficha cuadrada de color azul quedando 2x = 8, como pueden observar la ecuación nos queda ahora como la del caso anterior es decir de la forma ax = b

Como el número que acompaña a la incógnita es 2, en el segundo miembro de la igualdad hacemos dos grupos que nos resultan de a 4 cuadrados de color azul.



De ahí se evidencia que a cada rectángulo de color amarillo le corresponde 4 cuadrados de color azul. Como el rectángulo amarillo representa 1x esto significa que 1x = 4 o lo que es lo mismo x = 4 es la solución.

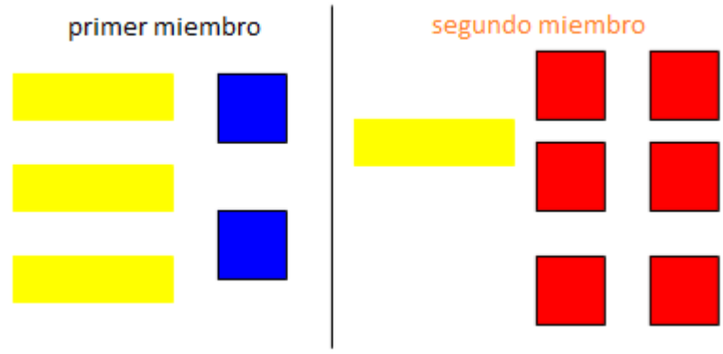
Verificación. En la ecuación original reemplazamos el valor hallado reemplazando la x por 4.

2x – 3 = 5
2(4) – 3 = 5
8 - 3 = 5
5 = 5

Ecuaciones de la forma ax + b = cx + d.

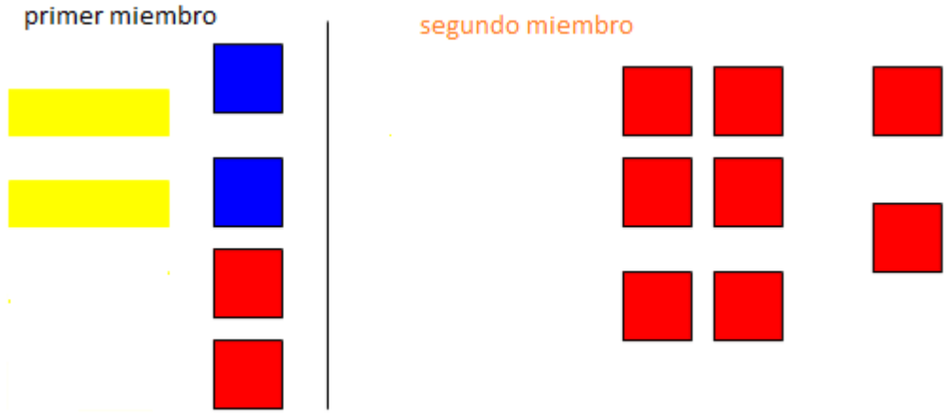
Son ecuaciones en donde a, b, c y d representan números enteros y x la incógnita.
Tomemos como ejemplo la ecuación 3x + 2 = 1x – 6. Aquí el 3 representa a, 2 representa b, 1 representa c, y 6 representa d.

Veamos como seria su representación con las fichas.



Ahora cómo sería la solución. En este tipo de ecuaciones la idea es dejar lo que sea incógnita a un solo miembro de la ecuación, bien sea en el primer o segundo miembro. Para nuestro ejemplo dejaremos la incógnita en el primer miembro de la ecuación. Para conseguirlo colocamos un rectángulo rojo en ambos miembros de la ecuación.

La ecuación original nos va quedando:
3x + (-1x) + 2 = 1x + (-1x) – 6
Ahora al sumar una tira amarilla con una roja estas se anulan por ser opuestos aditivos. Quedando:
(3 + (-1))x + 2 = (1 + (-1))x -6
2x + 2 = -6. Si observan nos quedó como la forma anterior ax + b = c.
La cual entramos a resolver como en el ejemplo anterior.
Ahora agregamos 2 cuadrados rojos en ambos miembros de la igualdad para poder eliminar los dos cuadrados azules.



2x + 2 + (-2) = -6 + (-2)

2x = - 8. Ahora observen que nos quedó como la primera forma ax =b. Que resolvemos como en el primer ejemplo.
Como el número que acompaña a la incógnita es 2, en el segundo miembro de la igualdad hacemos dos grupos que nos quedan de a 4 cuadrados rojos.

Como a cada rectángulo amarillo que representa 1x le corresponden 4 cuadrados rojos la solución para esta ecuación es 1x = -4.

Verificación.
Reemplazamos la 1x = -4 en la ecuación original y se tiene que mantener la igualdad.
3x + 2 = 1x – 6
3(-4) +2 = 1(-4) – 6
-12 + 2 = -4 – 6
-10 = -10
Ahora no siempre podemos resolver las ecuaciones usando material concreto (rectángulos y cuadrados) por eso se hace necesario utilizar una técnica que permita resolver las ecuaciones de manera rápida que es lo que a continuación se va a ver, mediante ejemplos ya que la estructura de solución se mantiene.

Ejemplo1. Hallar el valor de la incógnita en la ecuación z – 3 = - 8

Solución: z – 3 = - 8 Ecuación dada

z – 3 + 3 = -8 +3 Sumamos 3 en ambos miembros de la ecuación ya que es el opuesto de -3 que es el valor que está restando a la incógnita.
z + 0 = - 5
z = - 5

Ejemplo 2. Hallar el valor de la incógnita en la ecuación 2*w = -16.

Solución: 2*w = -16 Ecuación dada
$\frac{2}{2} * w = \frac{-16}{2}$ Dividimos por 2 en ambos miembros de la ecuación ya que el 2 está multiplicando a la incógnita.
W = - 8

Ejemplo 3. Hallar el valor de la incógnita en la ecuación -12 = $\frac{y}{5}$

Solución: -12 = $\frac{y}{5}$ Ecuación dada.

-12* 5 = $\frac{y}{5}$ * 5 Multiplicamos por 5 en ambos miembros de la ecuación ya que el 5 está dividiendo a la incógnita.

- 60 = y

Ejemplo 4. Hallar el valor de la incógnita en la ecuación – 245 = -125*z + 5

Solución: En este tipo de ecuaciones hay inmersas dos operaciones la multiplicación y la adición. Siempre debemos tratar primero la adición y luego la multiplicación. Entonces:

- 245 = -125*z +5 Ecuación dada.
- 245 + (-5) = -125*z + 5 + (-5) Se sumo -5 en ambos miembros de la ecuación ya que es el opuesto de 5 que es el valor que está sumando a la incógnita.
- 250 = -125*z + 0
- 250 = -125*z
- $\frac{250}{-125}$ = $\frac{-125}{-125}$*z Se dividió por -125 en ambos miembros de la ecuación ya que es el valor que acompaña a la incógnita.
  2 = z

Ejemplo 5. Andrés Felipe le prestó a un amigo 35 canicas. Si le quedan 70. ¿Cuántos canicas tenía?

Solución: En este problema hay que adicionar un paso en la solución que consiste en escribir la ecuación.

Sea x el número de canicas que tenía. Entonces:

x - 35 = 70 Ecuación correspondiente al problema
x – 35 + 35 = 70 + 35
x + 0 = 105
x = 105

Conclusión: Andrés Felipe tenía 105 Canicas.

Ejemplo 6. ¿Qué número sumado con -7 da -11?

Solución: Sea t el número desconocido. Entonces:

t + (-7) = -11 Ecuación correspondiente al problema.
t + (-7) + 7 = -11 + 7
t + 0 = - 4
t = - 4

Conclusión: El número que sumado con (-7) da -11 es -4.

Ahora si llegó el momento de poner en práctica lo aprendido.

Errores típicos que se suelen cometer al resolver las ecuaciones.

i) Un número que multiplica a la incógnita en uno de los lados de la ecuación se pasa a restar al lado opuesto.

Ejemplo. Resolver la ecuación 2x = -12.

2x = - 12

x = -12 -2

x = - 14 Esto no se puede hacer ya que el 2 está multiplicando a la incógnita. Por lo tanto, no puede pasar a restar. Ahí se tendría que usar la operación inversa de

la multiplicación que es la división. Es decir, dividir por 2 ambos miembros de la ecuación así:

$\frac{2}{2}x = \frac{-12}{2}$

x = -6. Si sería, la solución correcta.

ii) Cambian el signo en un miembro de la ecuación sin hacer la misma modificación en el otro.

Ejemplo.

Resolver la ecuación x + 4 = 7

x + 4 = 7

x + 4 + (-4) = 7 + 4

x = 11. Esto no se puede hacer. Ya que en ambos miembros de la ecuación no sumó la misma cantidad. Lo correcto sería:

x + 4 = 7

x + 4 + (-4) = 7 + (-4)

x = 3 Sería la respuesta correcta.

iii) No realizan la transposición de términos (sumandos o factores) en el orden correcto.

Ejemplo.

Resolver la ecuación $\frac{x}{2}$ – 2 = 3

$\frac{x}{2}$ – 2 = 3

x - 2 = 3 – 2

x -2 = 1

x = 1 + 2

x = 3 Esto no se puede hacer. Ya que primero se tendría que sumar a ambos lados de la ecuación el opuesto de -2 hacer la operación y luego si quitar el 2 del denominador con la operación contraria la multiplicación por 2. Lo correcto sería:

$\frac{x}{2}$ – 2 = 3

$\frac{x}{2}$ - 2 + 2 = 3 + 2

$\frac{x}{2}$ = 5

$\frac{x}{2}$ * 2 = 5*2

x = 10 sería la solución correcta.

iv) Al realizar las operaciones de suma o resta implicadas en alguno de los miembros de la ecuación, presentan errores.

Ejemplo

Resolver la ecuación 5y = -8 + 3

5y = -8 + 3

5y = -11

y = $\frac{-11}{5}$. Esto no se debe hacer. Ya que inicialmente realizó mal la suma de números enteros. Lo correcto sería:

5y = -8 + 3

5y = -5

$\frac{5y}{5} = \frac{-5}{5}$

y = -1 sería la solución correcta.

EJERCICIOS.

I. Al resolver las siguientes ecuaciones se cometieron errores, indique donde está el error, corríjalo y termine de resolver la ecuación.

1. z + 4 = -3

   z + 4 + (-4) = -3 + 4

   z = 1

2. 2w = -20 – 2

   2w = -18

   w = 36

3. 12x = -144

   x = -144 + 12

   x = -166

II. Resuelva las siguientes ecuaciones usando las fichas. Haga primero la representación y después el paso a paso en la solución con su respectiva verificación.

1. 3x = 9
2. 4x = -4
3. x +5 = 4
4. 3x + 2 = 5
5. 3x + 2 = 2x – 3
6. 4x + 3 = 1x - 9

III. Resuelva las siguientes ecuaciones sin usar las fichas verifique la solución de cada una de ellas.

1. – 128 = x + 7

2. -5*r – 9 = - 54

3. 121*p = - 121

4. $\frac{t}{12}$ = -23

5. 90*m – 1 = 179

IV. **Resuelva los siguientes problemas**. Plantee primero la ecuación y luego resuélvala. Guíese por el ejemplo 5.

1. Si el peso del cilindro se representa con la letra x y el peso de cada bolita es de 1 gramo, ¿Cuánto pesa el cilindro?

2. María giró un cheque por $240000 dejando un saldo en rojo de $25000. ¿Cuánto dinero tenía?

3. La biblioteca más famosa de la antigüedad fue la de Alejandría que se usó desde el año 250 a. de C. ¿Cuántos años duró?

4. Las pulsaciones del corazón de una persona son 70 por minuto. Cuando Carlos practica atletismo, su ritmo cardíaco aumenta a 120 pulsaciones por minuto. ¿en cuántas pulsaciones aumenta el ritmo cardíaco de Carlos?

5. La suma de un número con el doble del mismo número es – 51. ¿Cuál es el número?

Báez M & Hernández. (2002). El Uso de Material Concreto para la Enseñanza de la Matemática.
Consultado el 11 de abril de 2011 en:
http://www.mireddocente.org.pe/2010/descargas.php?ruta=fileproject/files_docentes/
d1396/&file=1396894310062774HAYO80.doc

Janneth Carvajal Alvarado. Secuencias 7 Matemáticas. Editorial libros & libros S.A., 2016.

Del Puerto, S. M., Minnaard, C. L., & Seminara, S. A. (2004). Análisis de los errores: una valiosa fuente de información acerca del aprendizaje de las Matemáticas. Revista Iberoamericana de educación, 3, 6