COLEGIO JOSÉ MARTÍ I.E.D.

“FORMACIÓN PARA EL DESARROLLO HUMANO, INTEGRAL Y SOCIAL”

GUÍA DE TRABAJO

GUÍA No. 6 – INTERDISCIPLINAR (BACHILLERATO)

GRADO: 6°

DOCENTE	GRUPO	E-MAIL
CAROLINA MORENO	1101	scmoreno@educacionbogota.edu.co
MARTHA GOMEZ	1102-1103	msgomez1@educacionbogota.edu.co

OBJETIVOS	INDICADOR (ES) DE DESEMPEÑO:
Logra representar de diferentes maneras una función, de acuerdo al contexto.	Determina gráfica y analíticamente el dominio y el rango de funciones
TEMA	**APOYOS VIRTUALES**
Funciones	https://youtu.be/NADZ1qa_zRw https://youtu.be/4PWf27vLNQs https://youtu.be/4DIk2WiVv44

AREAS - ASIGNATURAS INVOLUCRADAS:	PRODUCTO A ENTREGAR
• **Matemáticas**	• **Guía resuelta con proceso y justificaciones**

Cuando envíe la guía por favor tome una foto del trabajo que se vea perfectamente clara

ANTES DE COMENZAR

Bernard Bolzano

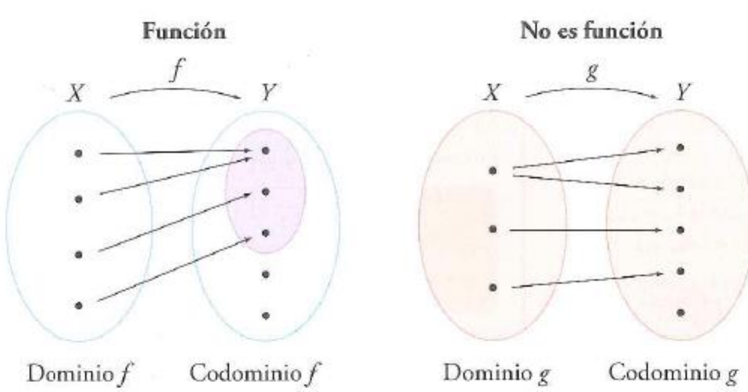
"*Mi especial predilección por las Matemáticas se basa de modo particular en sus aspectos especulativos, en otras palabras, aprecio mucho la parte de las Matemáticas que es al mismo tiempo Filosofía.*"

En la primera mitad del siglo XIX, se realizó una investigación profunda acerca de los fundamentos del análisis matemático, utilizando los métodos y resultados de la teoría de las funciones.

CONCEPTUALIZACIÓN

Es importante recordar:

- Las funciones se nombran con letras minúsculas como f,g,h,…
- Para que una relación sea función, debe cumplir las siguientes condiciones:
  Cada elemento del conjunto A debe estar relacionado con un elemento del conjunto B
  Un elemento de A no puede relacionarse con dos o mas elementos diferente de B



Es importante recordar que no tods los elemntos del codominio son imagen de algun elemento del dominio. En este caso el rango de la funcion es un subconjunto del codominio.

DOMINIO Y RANGO DE UNA FUNCION

Si f es una función de variable real, tal que $f(x) = y$, es posible analizar los valores que toma x (variable independiente) para luego, determinar los posibles valores que toma y (variable dependiente).

Dada la función $f: X \to Y$, se define el **dominio** de f como el conjunto de las primeras componentes de las parejas que están en f. Se simboliza Dom f. El **rango** de f es el conjunto de imágenes $f(x)$ de los elementos $x \in X$. Se simboliza Ran f.

Las funciones de variable real se pueden representar geométricamente mediante una gráfica en el plano $x\,y$, donde el dominio de la función corresponde al eje x y el rango se asocia con los valores del eje y, tal que $y = f(x)$.

Para encontrar el dominio de una función se despeja la variable y y se buscan las restricciones que tiene x. Del mismo modo, para hallar el rango se despeja la variable x y se buscan las restricciones de y.

Determinar el dominio y el rango de cada una de las siguientes funciones.

a. $y = f(x) = 3x + 1$.

Esta función polinómica es de grado uno. En particular es una función lineal. Por tanto, su dominio es Dom $f = \mathbb{R}$.

Para hallar el rango, se despeja x.

$y = 3x + 1$ Función dada.

$x = \dfrac{y - 1}{3}$ Se despeja x.

Al analizar la nueva expresión, se observa que corresponde a un polinomio de grado uno respecto a la variable y. Por tanto, Ran $f = \mathbb{R}$

DOMINIO Y RANGO DE FUNCIONES CON ALGUNA RESTRICCION

En relación con las propiedades de los números reales, existen ciertas restricciones que se aplican tanto en el dominio como en el rango de una función. Estas restricciones dependen del lugar que ocupa la variable dentro de la expresión dada.

Las siguientes son algunas condiciones que se deben tener presentes en el momento de determinar el dominio de una función:

- El denominador de las expresiones racionales no puede ser igual a cero.

- Las expresiones con radicales cuyo índice es par, no pueden tener cantidades subradicales negativas.

EJEMPLOS

1. Encontrar el dominio de cada función.

a. $h(x) = \sqrt{3x + 2}$

Como las cantidades subradicales de raíces con índice par deben ser positivas o cero, se tiene que:

$3x + 2 \geqslant 0$

$3x \geqslant -2$

$x \geqslant -\frac{2}{3}$

Por tanto, Dom $h = \left[-\frac{2}{3}, \infty\right)$.

b. $g(x) = \text{Log}_3\,(x - 5)$

Como los logaritmos están definidos para valores positivos, se realiza:

$x - 5 > 0$

$x > 5$

Por tanto, Dom $g = (5, \infty)$.

2. Hallar el rango de la función $f(x) = \dfrac{3x - 2}{x + 3}$.

Para hallar el rango, se despeja x, así:

$y = \dfrac{3x - 2}{x + 3}$

$y(x + 3) = 3x - 2$

$xy + 3y = 3x - 2$

$xy - 3x = -2 - 3y$

$x(y - 3) = -2 - 3y$

$x = \dfrac{-2 - 3y}{y - 3}$

Como $y - 3 \neq 0$, entonces, y no debe ser 3. Por tanto, Ran $f = R - \{3\}$.

3. Hallar el dominio y el rango de la función

$$f(x) = \frac{2}{x^2 - 1}.$$

Como el denominador de la expresión racional debe ser diferente de cero, se tiene que:

Como $x^2 - 1 = 0$ cuando $x = 1$ o $x = -1$, entonces, la función $f(x)$ no está definida en estos valores.

Por tanto, Dom $f = \mathbb{R} - \{1, -1\}$.

Para hallar el rango se despeja x en $y = \dfrac{2}{x^2 - 1}$.

$y = \dfrac{2}{x^2 - 1}$

$yx^2 - y = 2$

$yx^2 = 2 + y$

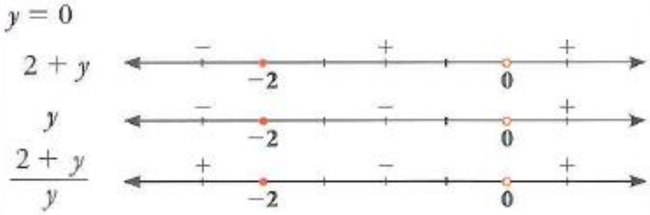
$x^2 = \dfrac{2 + y}{y}$

Entonces, $x = \pm\sqrt{\dfrac{2 + y}{y}}$.

Ahora, se resuelve $\dfrac{2 + y}{y} \geqslant 0$ utilizando la forma gráfica para solucionar desigualdades.

$2 + y = 0$, de donde $y = -2$

$y = 0$



Como $\dfrac{2 + y}{y} \geqslant 0$, entonces, la solución de la desigualdad es: $S = (-\infty, -2] \cup (0, \infty)$.

Por tanto, Ran $f = (-\infty, -2] \cup (0, \infty) = \mathbb{R} - (-2, 0]$.

EJERCICOS

1. Escriba 5 ejemplos de:
    - Funciones polinómicas
    - Funciones racionales
    - Funciones radicales

2. Explique mediante un ejemplo, las restricciones para hallar el dominio de las funciones

3. Encuentra el domino y rango de las siguientes funciones:

$$f(x) = \frac{1}{x-3}$$

$$f(x) = \frac{x+2}{x^2-1}$$

$$f(x) = \sqrt{x-5}$$

$$f(t) = \sqrt[3]{t-1}$$

$$h(x) = \sqrt{2x-5}$$

$$g(x) = \frac{\sqrt{2+x}}{3-x}$$

$$f(x) = \frac{1}{3x-6}$$

$$f(x) = \sqrt[4]{x+9}$$

$$f(x) = \frac{(x+1)^2}{\sqrt{2x-1}}$$

$$f(x) = \frac{x^4}{x^2+x-6}$$