

MATEMATICAS NOVENO 9°

CUERPOS GEOMETRICOS

OBJETIVO: Clasificar los cuerpos geométricos. Hallar volumen y área

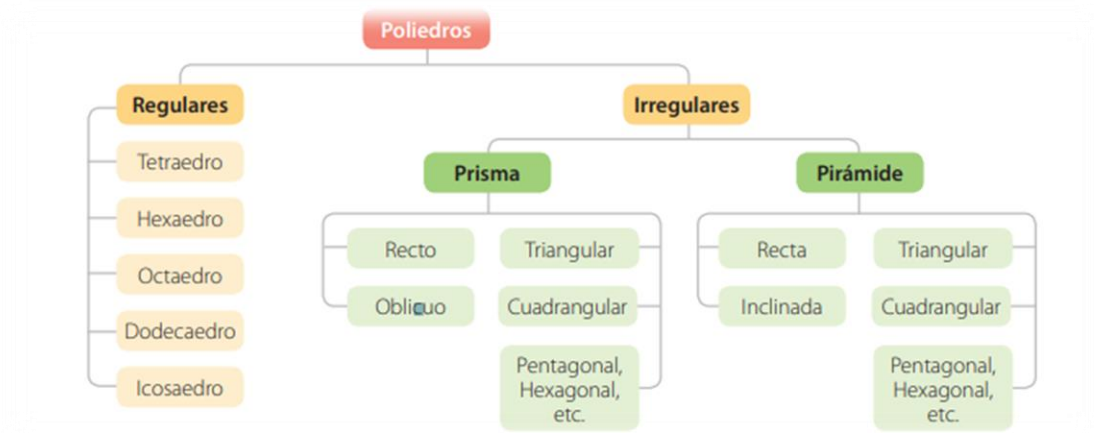
Hallar la probabilidad de un evento en diferentes situaciones.

INDICADOR: Halla el volumen y superficie de sólidos geométricos

Halla la probabilidad de un evento.

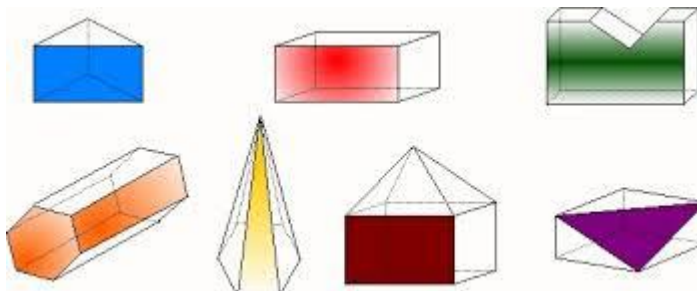
Un cuerpo geométrico es una figura con tres dimensiones: **alto, largo y ancho (o profundidad)**. Los cuerpos geométricos se pueden clasificar teniendo en cuenta la forma de sus caras en: *Poliedros* y *cuerpos redondos*

Poliedros: La palabra poliedro proviene del griego “polys” que significa **muchas** y de “edra” que significa **base** o **caras**. Estamos hablando entonces de formas geométricas que poseen varias caras y que además son planas.

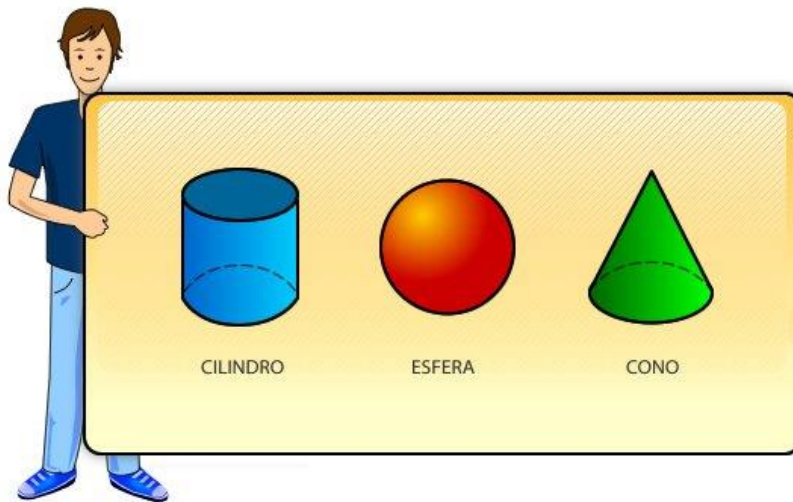


Características de los poliedros:

- **Caras:** las caras de los poliedros son las superficies planas que limitan al poliedro.
- **Aristas:** las aristas de los poliedros son los lados que conforman cada cara.
- **Vértices:** los vértices de los poliedros son los puntos donde se interceptan las aristas. Tres caras se unen en un mismo vértice.

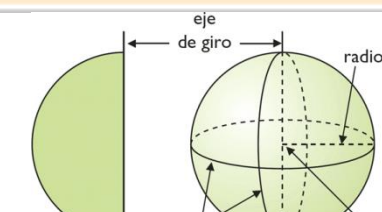
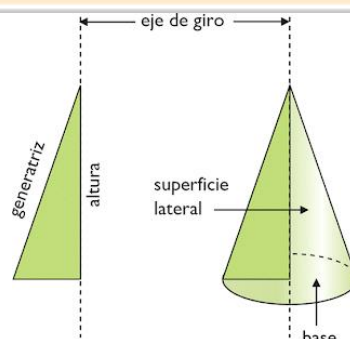
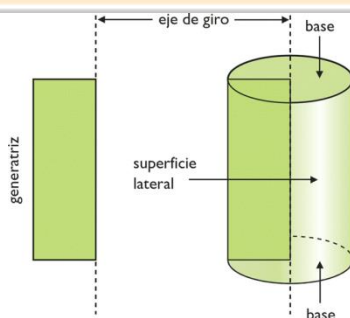
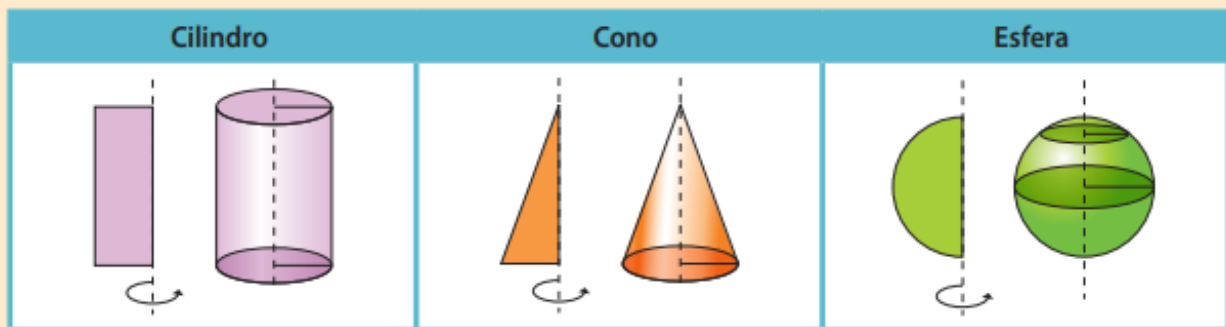


Cuerpos redondos: Son aquellas figuras geométricas sólidas compuestas por superficies curvas en su totalidad o por superficies planas y curvas.



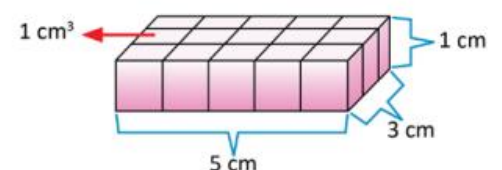
También se denominan sólidos de revolución porque pueden obtenerse a partir de una figura que gira alrededor de un eje.

- **Cilindro:** generado por la rotación de un rectángulo alrededor de uno de sus lados.
- **Cono:** generado por la rotación de un triángulo rectángulo respecto de uno de sus catetos.
- **Esfera:** generada por la rotación de un semicírculo alrededor de su diámetro.



VOLUMEN: Observa las siguientes situaciones

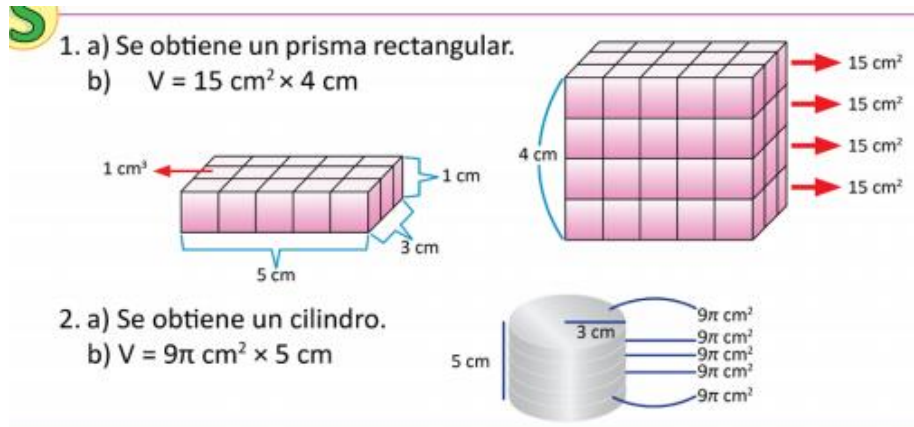
1. Con cubitos de 1cm^3 se forma una base como se muestra



- a) ¿Qué sólido se obtiene si se apilan 4 bloques?
- b) Deduce el volumen del sólido formado

2. Se tiene un disco de radio 3cm y altura 1cm
 - a) ¿Qué sólido se obtiene si se apilan 5 discos.
 - b) Deduce el volumen del sólido formado

SOLUCION

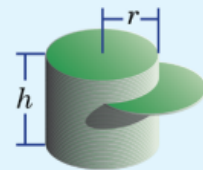


- El volumen de un prisma está dado por la expresión:
 $V = B \cdot h$, donde B es el área de la base y h la altura del prisma.



Se deduce entonces, que el volumen del cilindro se obtiene de una manera análoga al volumen de un prisma, es decir, el volumen de un cilindro es igual al producto del área de la base ($A_b = \pi r^2$) por la altura (h).

$$V_{\text{cilindro}} = A_b \times h = \pi r^2 h$$



Comparación del volumen del prisma y la pirámide cuadrangular:

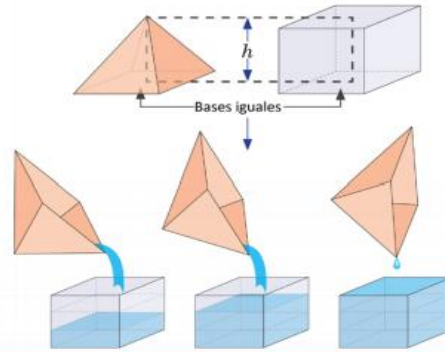
Si se tiene un prisma y una pirámide que tienen una base cuadrangular congruente e igual altura, ¿cuántas veces cabe el volumen de la pirámide en el prisma? ¿qué se puede concluir con el resultado obtenido?



Para resolver la situación planteada es importante considerar que, tanto la pirámide como el prisma, están hechos de un material resistente al agua.

Para determinar cuántas veces cabe el volumen de la pirámide en el del prisma, se llena de agua la pirámide y se vierte en el prisma, se puede comprobar que este proceso se realiza 3 veces.

A partir de este resultado se concluye que el prisma tiene tres veces el volumen de la pirámide. Es decir, el volumen de la pirámide es la tercera parte del volumen del prisma.

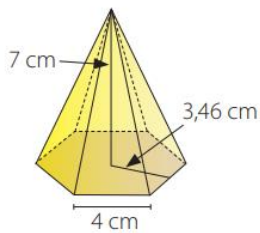


El volumen de la pirámide es igual a un tercio del producto del área de la base (A_b) por su altura (h):

$$V_{\text{pirámide}} = \frac{1}{3} \times A_b \times h$$

¿Cómo hacerlo?

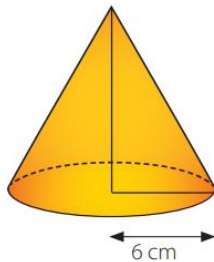
Calcula el volumen de una pirámide de altura 7 cm, que está construida sobre una base hexagonal, cuyo lado mide 4 cm y su apotema 3,46 cm.



- El hexágono está formado por 6 triángulos de base 4 cm y altura 3,46 cm.
- El área de cada triángulo es: $\left(\frac{4 \cdot 3,46}{2}\right) = 6,92$ y el área total del hexágono basal es: $41,52 \text{ cm}^2$.
- Luego, multiplicamos el área obtenida por la altura: $41,52 \cdot 7 = 290,64$, dividimos este valor por 3 y obtenemos: $96,88 \text{ cm}^3$, que corresponde al volumen de la pirámide.

¿Cómo hacerlo?

Calcula el volumen de un cono de radio basal 6 m y altura igual al doble del diámetro basal.



- En este caso, la altura es igual a 24 m, porque es el doble del diámetro, que a su vez es el doble del radio.
- El área basal es: $A_b = \pi \cdot 6^2 \approx 3,14 \cdot 6^2 = 113,04$. Es decir, el área es $113,04 \text{ m}^2$.
- Luego, multiplicamos el área basal por la altura: $113,04 \cdot 24 = 2712,96$ y al dividirlo por 3, ya que se trata de un cono, obtenemos: $904,32$.
- Es decir, el volumen del cono es $904,32 \text{ m}^3$, aproximadamente.

$$V_{\text{pirámide}} = V_{\text{cono}} = \frac{1}{3} h \cdot B \quad (B: \text{área de la base}; h: \text{altura del cono})$$

AREAS: En área total de un cuerpo geométrico equivale a la suma de las áreas de cada una de sus caras, tanto de la o las bases como de sus caras laterales.

En el caso de los prismas, el área total del prisma se desglosa en dos partes: el área de una de las bases y el área lateral que es la suma del área de todas las caras laterales.

Si las bases del prisma son polígonos regulares, todas las caras laterales son rectángulos congruentes y el número de caras laterales depende de la cantidad de lados que tenga el polígono.

¿Cómo hacerlo?

Un prisma tiene por base un triángulo equilátero cuyo lado mide 7,44 cm, y la altura del prisma mide 10 cm. ¿Cuál es el área total del prisma?

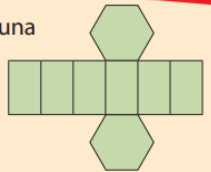
La superficie total se calcula sumando las áreas de todas las caras del prisma.

- Primero calculamos el área del triángulo equilátero: $\left(\frac{7,44}{2}\right)^2 \cdot \sqrt{3} \approx 24 \text{ cm}^2$.
- Luego calculamos el área de una de las caras rectangulares: $7,44 \cdot 10 = 74,4 \text{ cm}^2$.
- Como son 2 caras triangulares y 3 caras rectangulares, tenemos:

$$2 \cdot 24 + 3 \cdot 74,4 = 271,2$$

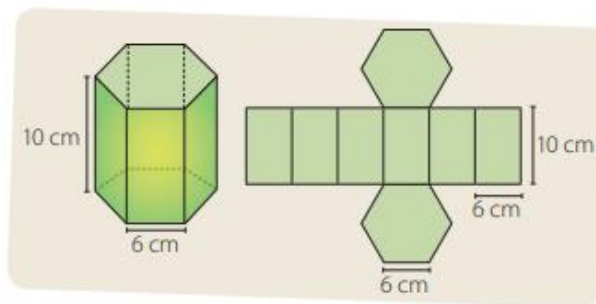
La superficie total del prisma mide 271,2 cm².

- El área total de un cuerpo geométrico equivale a la suma de las áreas de cada una de sus caras, tanto de la o las bases como de sus caras laterales.
- El área de un prisma es $A = A_L + 2 \cdot A_B$, donde A : área total; A_L : área lateral; A_B : área basal.



¿Cómo hacerlo?

Calcula el área total del siguiente prisma recto regular de base hexagonal.



Primero, se calcula el área lateral del prisma multiplicando el perímetro de una de las bases (P_B) por la medida de la altura (h).

$$\begin{aligned} A_L &= P_B \cdot h \\ &= 36 \cdot 10 \\ &= 360 \end{aligned}$$

Segundo, se calcula el área de la base multiplicando el perímetro por la apotema y dividiendo entre dos.

$$A_B = \frac{P_B \cdot ap}{2} = \frac{36 \cdot 3\sqrt{3}}{2} = 54\sqrt{3}$$

Luego, se halla el área total sumando el área lateral y el área de las bases.

$$A_T = A_L + 2A_B = 360 + 108\sqrt{3} \approx 547 \text{ cm}^2$$

Nombre	Dibujo	Desarrollo	Área	Volumen
Cubo o Hexaedro			$A = 6a^2$	$V = 6a^3$
Paralelepípedo u ortoedro			$A = 2(ab+ac+bc)$	$V = abc$
Prisma			$A_T = 2A_B + A_L$	$V = A_B H$
Cilindro			$A_T = 2A_B + A_L$ $A_B = \pi R^2$ $A_L = 2\pi R H$	
Pirámide			$A_T = A_B + A_L$	$V = \frac{1}{3} A_B H$
Cono			$A_T = A_B + A_L$ $A_B = \pi R^2$ $A_L = \pi R G$	
Tronco de pirámide			$A_T = A_{B1} + A_{B2} + A_L$	$V = \frac{1}{3} (A_{B1} + A_{B2} + \sqrt{A_{B1} \cdot A_{B2}}) \cdot H$
Tronco de cono			$A_T = A_{B1} + A_{B2} + A_L$ $A_{B1} = \pi r^2$ $A_{B2} = \pi R^2$ $A_L = \pi (R + r) G$	

PROBABILIDAD

Espacio muestral

El espacio muestral es el **conjunto de todos los posibles resultados de un experimento aleatorio** y se suele representar como ***E*** .

Por ejemplo, cuando lanzamos una moneda, existen dos posibilidades, que salga cara o sello, en total son dos posibles resultados, por lo que el espacio muestral tiene 2 elementos.

$$E = \{\text{cara, sello}\}$$

Y si lanzamos un dado, tenemos en total 6 posibles resultados que pueden salir. Por lo tanto el espacio muestral sería de 6 elementos.

$$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}.$$

Suceso

Un suceso es **cualquier subconjunto del espacio muestral**. Por ejemplo, “sacar cara” en el lanzamiento de una moneda, “sacar el número 5” o “sacar un número primo” en el lanzamiento de un dado son sucesos.

Ejercicio de probabilidad

En una bolsa hay 10 bolas numeradas del 11 al 20, idénticas, salvo en el color, pues unas son rojas y las otras verdes.

a) Sacamos, sin mirar, una bola. ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número primo?

b) Se sabe que la probabilidad de sacar bola verde es $3/5$. ¿Cuántas bolas hay de cada color?

Veamos cuál sería el **espacio muestral** en el primer apartado de nuestro ejercicio.

¿Cuáles son todos los posibles resultados? Nos referimos a los números de las bolas, que son los números del 11 al 20.

Nuestro espacio muestral tiene 10 elementos:

$$E = \{11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$$

Y el **suceso** por el que nos preguntan es “obtener un número primo”.

Ahora, ¿cómo calculamos la **probabilidad de este suceso**?

Cuando todos los **sucesos elementales** tienen la misma probabilidad de ocurrir, la probabilidad de un suceso cualquiera A se define como el cociente entre el número de casos favorables y el número de casos posibles. **Esta es la Ley de Laplace.**

$$P(A) = \frac{\text{NÚMERO DE CASOS FAVORABLES}}{\text{NUMERO DE CASOS POSIBLES}}$$

En el ejemplo de lanzar una moneda, los *sucesos elementales* serían: Sacar cara o sello. Si la moneda no está trucada, la probabilidad de que ocurra cada suceso elemental es la misma. Por lo tanto, la probabilidad de que salga sello es $1/2$.

Volviendo a nuestro ejercicio: **En una bolsa hay 10 bolas numeradas del 11 al 20, algunas rojas y otras verdes.**

a) **Sacamos sin mirar una bola, ¿cuál es la probabilidad de sacar un número primo?**

Empezamos calculando el número de casos favorables y el número de casos posibles.

Número de casos favorables = número de primos = 4 son los números primos dentro de los resultados posibles (Los números 11, 13, 17 y 19 son primos)

Número de casos posibles = 10 (Todos los números del 11 al 20)

La probabilidad de sacar un número primo entre las 10 bolas, es de 4/10 que simplificado es 2/5.

Solución: P (número primo)=2/5

b) ¿Cuántas bolas hay de cada color?

Nos dice que la probabilidad de que salga verde es 3/5.

El número de casos posibles, es decir, el número de bolas que pueden salir, sigue siendo 10.

El número de casos favorables, es decir, el número de bolas de color verde (nuestro suceso) es una de las cosas que queremos calcular.

Sabemos que 3/5 es equivalente a 6/10. Por lo tanto, si aplicamos la Ley de Laplace:

$$P(\text{sacar una bola verde}) = \frac{\text{Nº de casos favorables}}{\text{Nº de casos posibles}} = \frac{6}{10}$$

En total hay 6 bolas verdes en la bolsa. Así que podemos deducir que el resto, 4, son bolas rojas.

Solución: Hay 6 bolas verdes y 4 bolas rojas

http://www.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/plan_choco/mat_9_b3_p4_est_web.pdf

https://www.curriculumnacional.cl/614/articles-145568_recurso_pdf.pdf

https://www.google.com/search?q=cuerpos+geometricos&sxsrf=ALeKk01QgwPwmmss65Cm3fmdusByaDYBPA:1599583687472&source=Inms&tbm=isch&sa=X&ved=2ahUKEwixruvLgdrAhUj1VkKHx6zDtMQ_AUoAXoECBoQAw&biw=1366&bih=657

<https://www.blinklearning.com/coursePlayer/clases2.php?idclase=66935719&idcurso=880569#:~:text=P-Cuerpos%20redondos,gira%20alrededor%20de%20un%20eje.>

<https://sites.google.com/site/matematicaygeometria451/cuerpos-geometricos/cuerpos-redondos>
https://www.jica.go.jp/project/elsalvador/004/materials/ku57pq00002w8xyf-att/guia_metodologica_primaria_08_07.pdf

<http://liceo1.k12.cl/icore/downloadcore/143584>

<https://www.smartick.es/blog/matematicas/recursos-didacticos/ejercicios-de-probabilidad/>

El 8 de septiembre de 2020.

DESARROLLA AQUÍ LAS ACTIVIDADES DE LA GUÍA 10

ACTIVIDAD 1

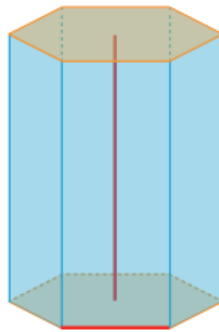
1. Dibuja el cuerpo que se genera al rotar las siguientes figuras alrededor del eje indicado

1. Dibuja el cuerpo que se genera al rotar las siguientes figuras alrededor del eje indicado.



2. Identifique y señale en la imagen que se presenta a continuación las partes del prisma: aristas, vértices, bases, caras laterales y altura.

Este es un prisma regular, sus bases son polígonos regulares.



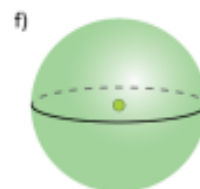
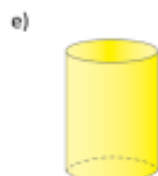
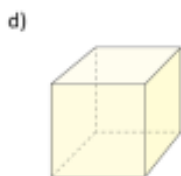
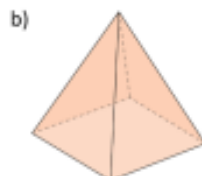
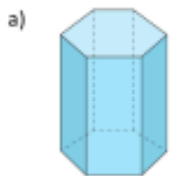
6
Un **prisma** es un poliedro que cumple las siguientes condiciones:

1. Tiene un par de caras congruentes sobre planos paralelos (bases).
2. Todas las demás caras son paralelogramos.

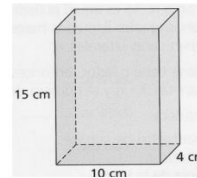
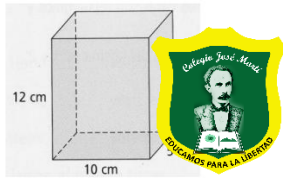
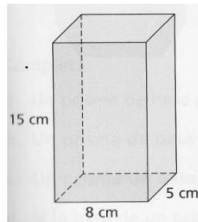
■ ¿Un cubo es un prisma?

- a) Cuántas caras tiene el prisma? _____
- b) Cuántos vértices? _____
- c) Cuántas aristas? _____
- d) Qué nombre recibe el prisma? _____

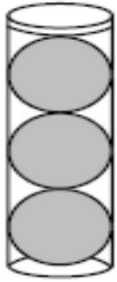
3. Escribe las características de los siguientes cuerpos geométricos



4. Una empresa de lácteos eligió de estos tres envases, que tienen el mismo volumen, para comercializar su nuevo producto. ¿Qué envase eligió la empresa si optó por aquel que está hecho con menos materiales?



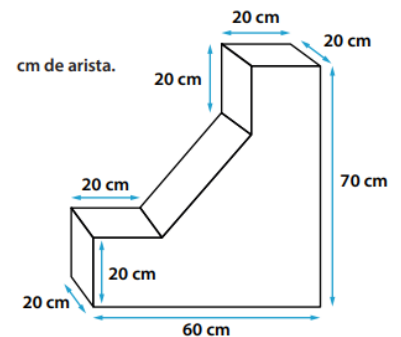
5. Las pelotas de tenis vienen envasadas en tarros cilíndricos en los cuales caben exactamente tres de ellas, tal como se muestra en la figura 7. ¿Cuál es el volumen del tarro si el radio de cada pelota es 4 cm? (considere $\pi = 3$)



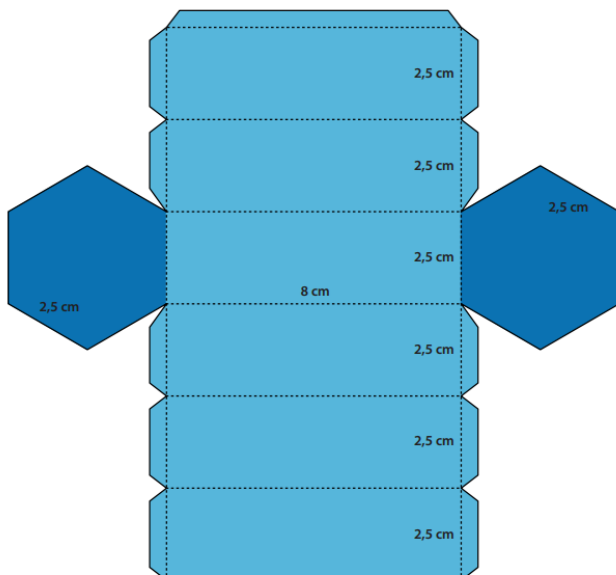
Con la siguiente figura resuelve los puntos 6,7 y 8.

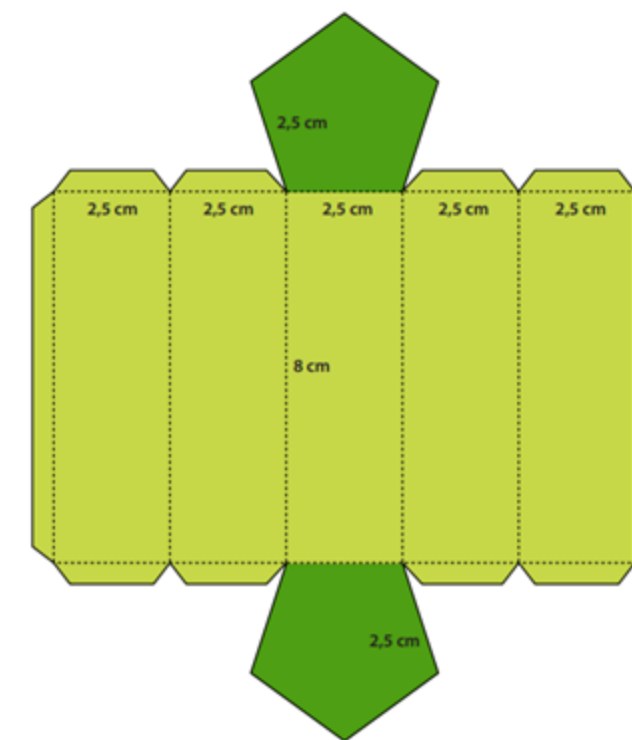
6. Daniel construyó el siguiente modelo usando cubos de 2,5 cm de arista.
a) ¿La figura es un prisma? Justifique su respuesta.
b) ¿Qué volumen tiene la figura?

7. La tía de Daniel, una mujer muy creativa, hizo una caja con la forma del modelo. Se sabe que sólo cortó tres trozos de cartón y los pegó para formar la caja. a) Dibuje los tres trozos y escriba sus respectivas medidas. b) ¿Cuánto cartón gastó en la caja?



8. La tía de Daniel, una mujer muy creativa, hizo una caja con la forma del modelo. Se sabe que sólo cortó tres trozos de cartón y los pegó para formar la caja. a) Dibuje los tres trozos y escriba sus respectivas medidas. b) ¿Cuánto cartón gastó en la caja?
9. Realiza en cartulina las siguientes figuras, teniendo en cuenta las medidas. ¿Qué sólidos se forman? No olvides tomar las fotos





10. Calcular la probabilidad de que salga "un número entre 1 y 98" al sacar una bolita de una bolsa con 100 bolitas numeradas del 1 al 100
11. Calcula la probabilidad de que salga "un número entre 1 y 40" al sacar una bolita de una bolsa con 100 bolitas numeradas del 1 al 100
12. Calcula la probabilidad de que al elegir un mes al azar sea del primer trimestre del año (haz doble clic sobre la imagen para conocer la respuesta)

Ejercicios tomados de

http://www.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/plan_choco/mat_9_b3_p4_est_web.pdf
https://www.curriculumnacional.cl/614/articles-145568_recurso_pdf.pdf
<https://www.google.com/search?q=cuerpos+geometricos&sxsrf=ALeKk01QgwPwmmss65Cm3fmdusByaDYBP A:1599583687472&source=Inms&tbn=isch&sa=X&ved=2ahUKEwixruvLgdrAhUj1VkKHx6zDtMQ AUoAXoECB oQAw&biw=1366&bih=657>
<https://www.blinklearning.com/coursePlayer/clases2.php?idclase=66935719&idcurso=880569#:~:text=P-,Cuerpos%20redondos,gira%20alrededor%20de%20un%20eje.>
<https://sites.google.com/site/matematicaygeometria451/cuerpos-geometricos/cuerpos-redondos>
https://www.iica.go.jp/project/elsalvador/004/materials/ku57pq00002w8xyf-att/guia_metodologica_primaria_08_07.pdf
<http://liceo1.k12.cl/icore/downloadcore/143584>
<https://www.smartick.es/blog/matematicas/recursos-didacticos/ejercicios-de-probabilidad/>

El 8 de septiembre de 2020.